PROPOSTA DE CONSTRUÇÕES DE PROBLEMAS NO GEOGEBRA

Celina A. A. P. Abar
abarcaap@pucsp.br
Programa de Estudos Pós Graduados em Educação Matemática – PUCSP - Brasil

Tema: Uso de Tecnologias
Modalidad: Taller
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Geometria Dinâmica, Resolução de Problemas, GeoGebra

Resumo

O objetivo desta oficina é indicar possibilidades de construção de problemas no GeoGebra. Orientados pela questão: como a Geometria Dinâmica pode estar associada à resolução de problemas os participantes serão conduzidos a construir propostas de problemas no GeoGebra e explorar razões sobre a necessidade da construção de figuras corretas, especialmente quando se destinam a apoio a argumentos dedutivos. Apresentar algumas possibilidades dos modos como um software de Geometria Dinâmica pode ser utilizado e de consequências de seu uso também estão presentes na proposta deste trabalho. Para contribuir com as considerações apresentadas, alguns problemas serão propostos para serem explorados no GeoGebra.

Introdução

Como a Geometria Dinâmica pode estar associada à Resolução de Problemas?

No prefácio do livro Geometry Turned On! os editores King e Schattschneider (1997) afirmam que:

> Todos os matemáticos sabem bem o poder contido numa figura – muitas vezes um esboço rápido ou um diagrama tornam tudo claro. Dizemos "estou vendo" com o significado de "vejo e compreendo". (p. ix, tradução da autora)

Os editores ressaltam que na Geometria as figuras são essenciais em muitas descrições e demonstrações e que os matemáticos conhecem bem o perigo de confiar em figuras – *inevitavelmente, assumem-se hipóteses extras sugeridas pela figura, ignoram-se casos especiais, visto estarem omissos no esboço, ou são deduzidos resultados absurdos devido à imperfeição da figura*. (p. ix, tradução da autora)

Os editores apresentam um exemplo clássico deste último caso que é o, frequentemente citado, teorema "Todo triângulo é isósceles" cuja demonstração se baseia em uma figura cuja configuração é impossível e na qual a bissetriz l do ângulo BAC e a mediatriz m do lado BC se interceptam em um ponto interior ao triângulo como na figura 1.

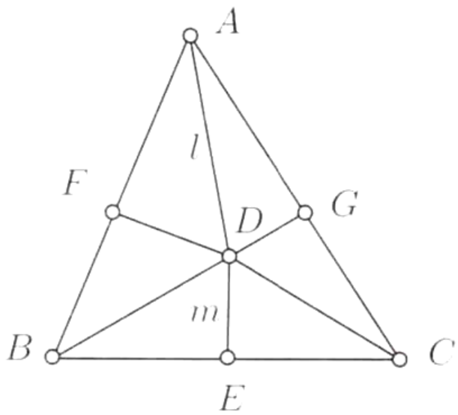

Figura 1. Obtida de King e Schattschneider (1997)

A demonstração considera que a intersecção de l e m está no interior do triângulo e esta configuração nunca poderá ocorrer a não ser que l e m coincidam.

Com uma construção rigorosa utilizando um software de Geometria Dinâmica a demonstração apresentada seria pouco provável como mostra a figura 2 na qual o ponto de intersecção é exterior ao triângulo.

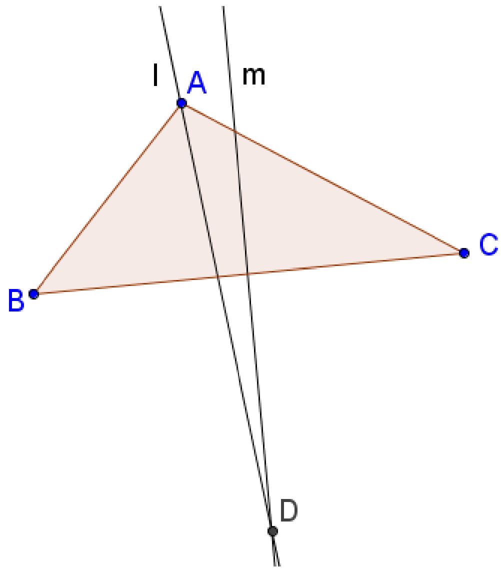

Figura 2 Obtida no GeoGebra[1]

[1] http://www.geogebra.org

Este exemplo fornece fortes razões para sublinhar a necessidade da construção correta das figuras e não esboços rápidos, em especial, se serão utilizados como guia de uma demonstração.

Neste sentido Villiers (1997) orienta sobre a importância de incentivar os alunos a *investigar primeiro os resultados com as suas próprias construções dinâmicas, antes de lerem as demonstrações*. (p.15, tradução da autora)

Outra consideração é que construções complicadas demoram muito tempo para serem feitas com o uso de compasso e régua e com a utilização de um software de Geometria Dinâmica uma construção incorreta é menos provável de ser obtida.

Os autores dos artigos em King e Schattschneider (1997) apresentam ideias dos modos como um software de Geometria Dinâmica pode ser utilizado e de algumas consequências de sua utilização. Em cada situação a resolução de problemas pode ser explorada como *um processo de busca de soluções que estimulem o aluno a pensar, que seja desafiadora e não trivial*.(p.xi)

- Rigor nas construções: a confiança no rigor das construções geométricas ou medições são tão básicas que são assumidas naturalmente pelos usuários, mas, no entanto, podem ser limitadas pelos cálculos executados internamente ao programa; pela resolução do monitor ou da impressora; pelas aproximações dos resultados numéricos; existência de bugs, etc.
- Visualização: não só para o ensino da Geometria como da Matemática em geral a visualização é, por si só, uma poderosa ferramenta na resolução de problemas, pois ajuda que o aluno "veja" o que significa um fato verdadeiro em geral e ajuda a entender a Matemática.
- Demonstração: embora não possa fazer demonstrações formais, a evidência experimental provoca uma forte e necessária convicção que pode motivar o desejo da demonstração.
- Simulação: a possibilidade de "arrastamento" de pontos, segmentos, circunferências, do traçado de lugares geométricos fornecem muitas oportunidades de simulação e uma variedade de situações.

- Micromundos: a criação de ambientes específicos nos quais a matemática pode ser explorada são motivadores para a aprendizagem.
- Exploração e descoberta: em um curso de Geometria, por exemplo, é importante que os alunos vivam a experiência da descoberta de relações geométricas, possam testar suas ideias matemáticas e conjecturas numa maneira visual, eficiente e dinâmica ficando mais envolvidos na sua própria aprendizagem.

Villiers (1997) argumenta que:

> Existe uma tendência em muitos matemáticos para apresentarem apenas o resultado final dos seus trabalhos de uma forma elegante e muito organizada, sem discutir nem refletir muito sobre os processos de descoberta/invenção e demonstração. Isto tende a dar uma perspectiva distorcida da criação matemática, que surge como sendo puramente dedutiva. (p.15, tradução da autora)

Consideramos os trabalhos de Polya (1977), entre outros, que apontam a investigação matemática em sala de aula como importantes, uma vez que se oportuniza ao aluno experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar e representar suas ideias.

Chevalard et al (2000) consideram uma obra matemática com quatro elementos essenciais:

- os tipos de problemas que surgem das questões;
- as técnicas que permitem resolver esses problemas;
- as tecnologias, que justificam e tornam compreensíveis as técnicas;
- as teorias que servem de fundamento para as tecnologias.

Allevato (2008), em seu trabalho, traz algumas reflexões acerca da utilização das tecnologias de informação e comunicação e sobre como essas tecnologias, em particular, os computadores, podem estar associados a algumas abordagens dadas à resolução de problemas em sala de aula de Matemática.

A autora observa, por meio de algumas análises, a importância de adequar o tipo de problema proposto ao objetivo que se pretende com a atividade que será realizada com a mediação do computador. Observa também que as pesquisas e as orientações oficiais têm recomendado um trabalho com resolução de problemas nas aulas de Matemática de modo a renovar práticas e de propor atividades que estimulem os alunos a pensar, analisar resultados, elaborar e apresentar conclusões bem fundamentadas e vivenciar experiências e processos de construção de conhecimento diferentes das que, usualmente, estão acostumados.

Alevatto (2008) afirma que cabe ao professor a nem sempre fácil tarefa de escolher ou elaborar problemas que atendam ao que ele pretende que os alunos trabalhem, e que aproveitem as possibilidades que as TIC oferecem.

Sobre a resolução de problemas o documento Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM, 1989) salienta que:

> (1) conceitos e habilidades matemáticas deveriam ser aprendidos em um contexto de resolução de problemas;
>
> (2) o desenvolvimento de processos de ensino de alto nível deveria estar repleto de experiências de resolução de problemas, e
>
> (3) instruções matemáticas deveriam acontecer dentro de uma investigação orientada, em uma atmosfera de resolução de problemas.

Em cada uma destas recomendações as TICs podem exercer um papel mediador em todas elas e, em especial, softwares de Geometria Dinâmica podem contribuir de modo exemplar, nas ações propostas, para atender as indicações acima.

Atividades propostas

As atividades foram inspiradas no Imagiciel, formado por um conjunto de situações educacionais, que foram desenvolvidas por pesquisadores do Centre de Recherche et d’Expérimentation pour l’Enseignement des Mathématiques – CREEM (Centro de Pesquisa e Experimentação para o Ensino da Matemática, 1992) da França, em parceria com o Ministério Nacional de Educação e Cultura Francês. Estas situações abordam temas de funções numéricas, probabilidade e geometria plana e espacial, elaboradas entre o final da década de 1980 e início dos anos de 1990.

As situações descritas nas atividade partem de uma situação geométrica e possibilitam a mudança de registros, algébrico, numérico e funcional, uma das características permitidas na utilização do GeoGebra. Nestas situações, os conceitos geométricos envolvidos fazem parte dos conhecimentos do ensino fundamental tais como, o cálculo de comprimento, teorema de Tales, triângulos, entre outros.

Tais abordagens vão ao encontro das ideias de Duval (2003) que considera imprescindível, para uma boa compreensão e apreensão do objeto matemático por parte do aprendiz, ao menos, a utilização de dois registros de representação semiótica.

Seguem duas atividades nas quais os participantes serão orientados nas respectivas construções e em seguida, questões sobre as situações apresentadas serão discutidas em duplas e apresentadas a todos.

Atividade 1. Caminho em um Triângulo

Seja um triângulo ABC tal que AB = 5, BC = 4 e CA = 7 e um ponto M sobre a reta AB. Seja x a abscissa do ponto M. Os pontos P e Q pertencem respectivamente à reta AC e BC. O segmento MP é paralelo à reta BC e o segmento MQ à reta AC, conforme a figura 2. O ponto A está na origem de um plano cartesiano. Interessa-nos o comprimento L=MP+MQ

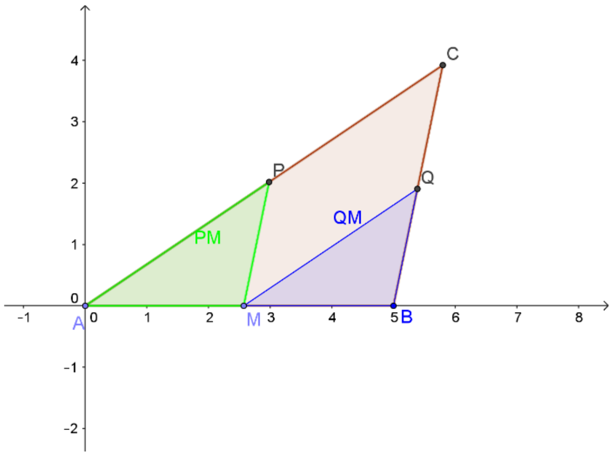

Figura 3. Obtida no GeoGebra

Atividade 2 – Triângulo em um Quadrado

Seja o quadrado ABCD e os pontos I, M e N, pertencentes respectivamente aos segmentos AB, AD e DC. Interessa-nos a medida S da área do triângulo IMN que é modificada conforme movimentamos o ponto M, inscrito no quadrado ABCD, tal que, para todo ponto M temos um ponto N de forma que AM = DN.

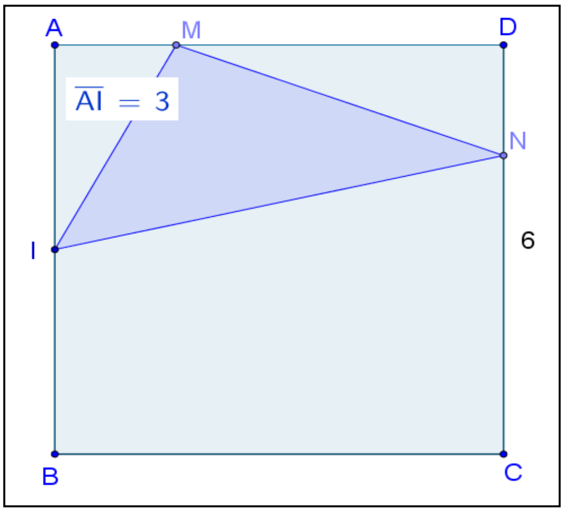

Figura 4. Obtida no GeoGebra

Referências bibliográficas

Allevato, N. S. G. (2008). O Computador e a Aprendizagem Matemática: reflexões sob a perspectiva da Resolução de Problemas. SERP.

Chevallard, Y.; Gascón, J.; Bosch, M. (2000). *Estudar matemáticas. o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre. Artmed.

CREEM- (1992). Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques. Activités Mathématiques avec Imagiciels. Fonctions Numériques. France: Ministère de L'Education nationale et de la Culture.

Duval, R. (2003). Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas/SP: Papirus,. p.11-33.

King, J. R., Schattschneider, D. (Editors). (1997). Geometry Turned On! The Mathematical Association of America, Washington, D.C..

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Standards and Principles for School Mathematics. http://www.nctm.org/standards/ Consultado 15/12/2011

Polya, G. (1977). A Arte de Resolver Problemas. Rio de Janeiro: Interciência.

Villiers, M. De. (1997). The Role of Proof in Investigative, Computer-based Geometry: Some Personal Reflections. In Geometry Turned On! The Mathematical Association of America, Washington, D.C.